

**К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ**



СОЗДАНО РАЗРАБОТЧИКАМИ ЕГЭ

Под редакцией И. В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ЕГЭ

2015

**ТИПОВЫЕ
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

- 10 ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЙ
- ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ
- КРИТЕРИИ ОЦЕНОК

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Под редакцией И. В. Яценко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

***Издательство
«ЭКЗАМЕН»***

**МОСКВА
2015**

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Е33

Е33 **ЕГЭ 2015. Математика. Типовые тестовые задания /** И. Р. Высоцкий, П. И. Захаров, В. С. Панферов, С. Е. Посицельский, А. В. Семенов, М. А. Семенова, И. Н. Сергеев, В. А. Смирнов, С. А. Шестаков, Д. Э. Шноль, И. В. Ященко; **под ред. И. В. Ященко.** — М. : Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2015. — 95, [1] с. (Серия «ЕГЭ. ТРК. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-08318-4 (Издательство «Экзамен»)

ISBN 978-5-4439-0172-5 (МЦНМО)

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2015 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2015 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:51

ББК 74.262.21

Формат 84×108/32.

Гарнитура «Школьная». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 2,21.

Усл. печ. л. 5,04. Тираж 45 000 экз. Заказ 2820/14.

ISBN 978-5-377-08318-4 (Издательство «Экзамен»)

ISBN 978-5-4439-0170-1 (МЦНМО)

- © Высоцкий И. Р., Захаров П. И., Панферов В. С., Посицельский С. Е., Семенов А. В., Семенова М. А., Сергеев И. Н., Смирнов В. А., Шестаков С. А., Шноль Д. Э., Ященко И. В., 2015
- © Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2015

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы	5
Вариант 1	6
Часть 1.....	6
Часть 2.....	9
Вариант 2	13
Часть 1.....	13
Часть 2.....	16
Вариант 3	19
Часть 1.....	19
Часть 2.....	22
Вариант 4	26
Часть 1.....	26
Часть 2.....	29
Вариант 5	33
Часть 1.....	33
Часть 2.....	36
Вариант 6	39
Часть 1.....	39
Часть 2.....	43
Вариант 7	46
Часть 1.....	46
Часть 2.....	50
Вариант 8	53
Часть 1.....	53
Часть 2.....	56

Вариант 9	60
Часть 1.....	60
Часть 2.....	63
Вариант 10	66
Часть 1.....	66
Часть 2.....	69
Ответы	72
Вариант 1	72
Вариант 2	73
Вариант 3	74
Вариант 4	75
Вариант 5	76
Вариант 6	77
Вариант 7	78
Вариант 8	79
Вариант 9	80
Вариант 10	81
Решение заданий	84
Вариант 1	84

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий с кратким ответом и 7 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

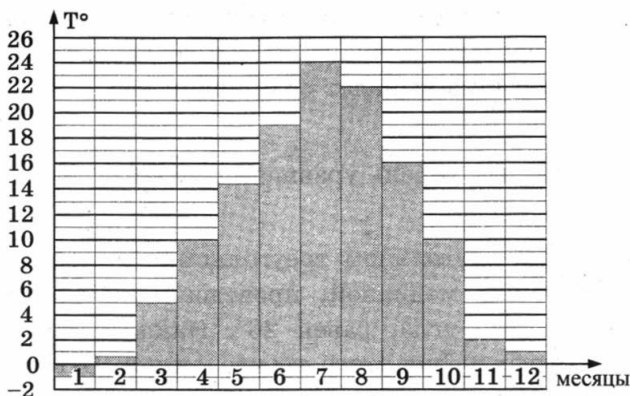
Желаем успеха!

ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Флакон шампуня стоит 190 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?
2. На диаграмме показана средняя температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной средней температурой в Симферополе в 1988 году.

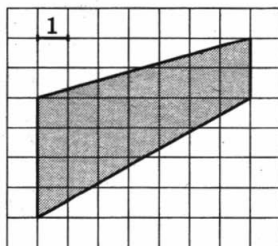


3. В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона, руб.	Первоначальный взнос, в процентах от цены	Срок кредита, мес.	Сумма ежемесячного платежа, руб.
Эпсилон	10 500	10	6	1960
Дельта	11 600	5	6	2040
Омикрон	12 700	20	12	860

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

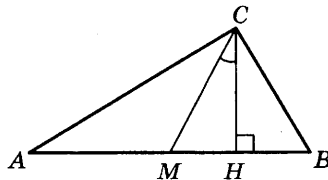
4. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



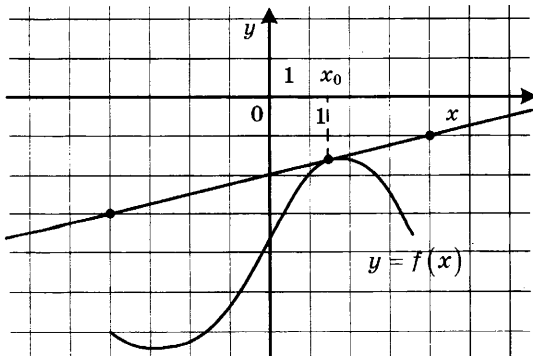
5. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{1-6x} = 7$.

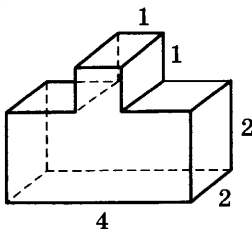
7. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 26° . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



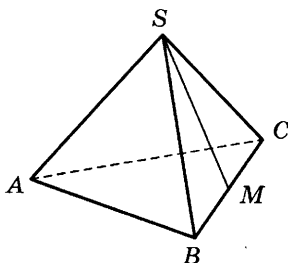
9. Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

10. Найдите значение выражения $\frac{6 \cos 207^\circ}{\cos 27^\circ}$.
11. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $4,104 \cdot 10^{27}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.

12. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $AB = 6$, а площадь боковой поверхности равна 45. Найдите длину отрезка SM .



13. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 44 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 21 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^3 + 6x^2 + 19$$

на отрезке $[-6; -2]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение $4 \sin^4 2x + 3 \cos 4x - 1 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.
16. Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 64.
а) Постройте прямую пересечения плоскости SAC и плоскости, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания.
б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды, если площадь сечения пирамиды плоскостью SAC равна 64.
17. Решите неравенство $\frac{2 - (x - 6)^{-1}}{5(x - 6)^{-1} - 1} \leq -0,2$.
18. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Точки A_2 , B_2 и C_2 — середины отрезков MA , MB и MC соответственно.
а) Докажите, что площадь шестиугольника $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC .
б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 4$, $BC = 7$ и $AC = 8$.

19. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x - a^2 + 4a - 2 + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$$

имеет хотя бы один корень на отрезке $[5; 23]$.

21. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

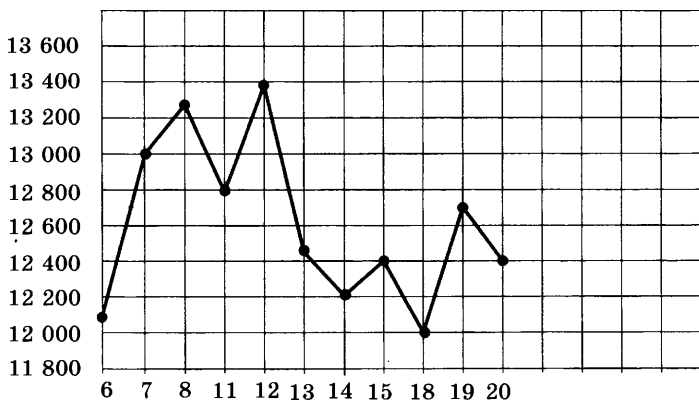
ВАРИАНТ 2

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3500 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1700 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1100 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?
2. На рисунке жирными точками показана цена тонны никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа

месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

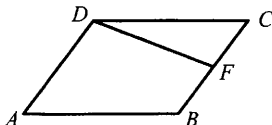


3. В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа
Эпсилон	22 000	25	6	3760
Дельта	24 900	30	6	3520
Омикрон	26 900	20	12	1900

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дешевле всего (с учётом переплаты) и в ответ напишите эту наименьшую сумму в рублях.

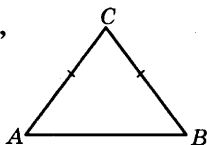
4. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 92. Точка F — середина стороны BC . Найдите площадь трапеции $ADFB$.



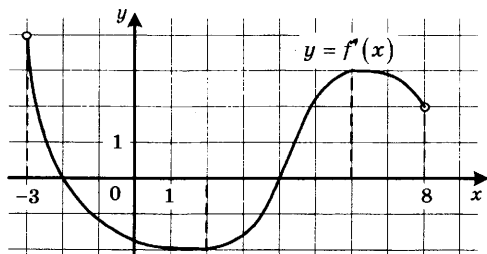
5. Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска закончатся одинаково.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{4x+5} = 5$.

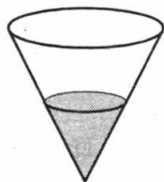
7. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AB .



8. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.

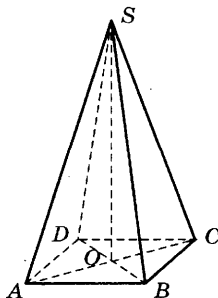


9. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 50 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?



Часть 2

10. Вычислите $\log_5 135 - \log_5 5,4$.
11. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора получена экспериментально: $T = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1450$ К, $a = -30$ К/мин², $b = 180$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через сколько минут после начала работы нужно отключить прибор?
12. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SA = 13$, $BD = 10$. Найдите длину отрезка SO .



13. В сосуд, содержащий 10 литров 24-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 5 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

14. Найдите наименьшее значение функции
 $y = \sqrt{x^2 - 8x + 80}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение $(16^{\sin x})^{\cos x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3} \sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

16. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 2, точка M — середина ребра AB , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая MF перпендикулярна прямой SC .

б) Найдите угол между плоскостью MBF и плоскостью ABC .

17. Решите неравенство $9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511$.
18. Окружность с центром O вписана в угол, равный 60° . Окружность большего радиуса с центром O_1 также вписана в этот угол и проходит через точку O .
- а) Докажите, что радиус второй окружности вдвое больше радиуса первой.
- б) Найдите длину общей хорды этих окружностей, если известно, что радиус первой окружности равен $2\sqrt{15}$.
19. 1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?

20. При каких a уравнение

$$|x^2 - 4x - 5| - 3a = |x - a| - 1$$

имеет ровно три корня?

21. При каком наибольшем n найдётся n семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

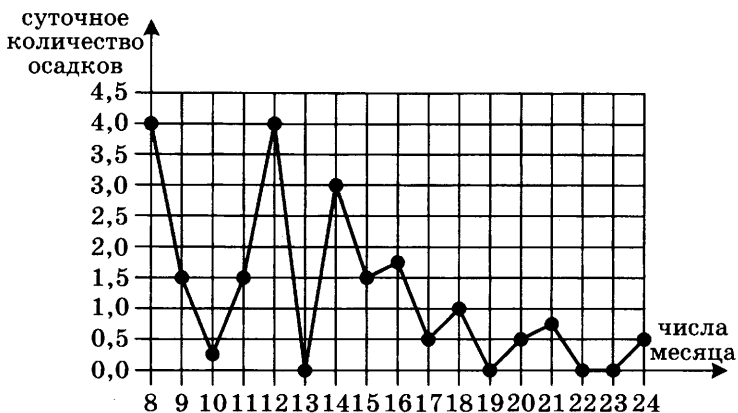
ВАРИАНТ 3

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Поезд Екатеринбург—Москва отправляется в 7:23, а прибывает в 9:23 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определи-

те по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.



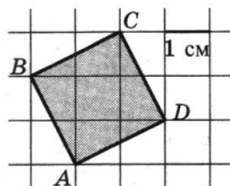
3. Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5	4	3	5	3
Б	4	2	2	1	5
В	5	4	2	4	2

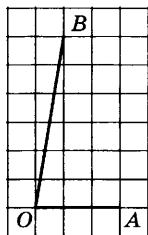
4. Найдите площадь квадрата $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



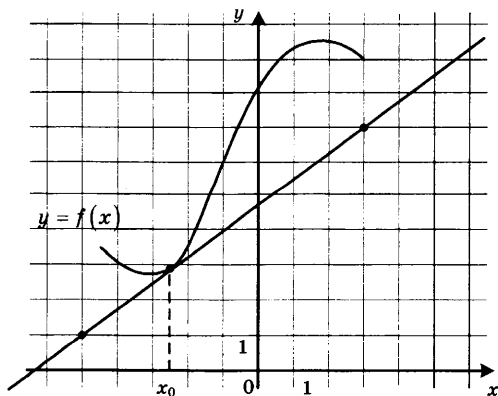
5. В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

6. Найдите корень уравнения $\log_8 2^{7x-8} = 2$.

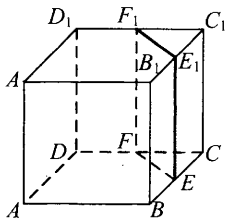
7. Найдите тангенс угла AOB , изображённого на клетчатой бумаге.



8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

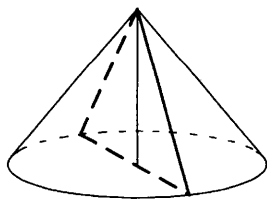


9. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 1. Найдите объём куба.



Часть 2

10. Найдите $16 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$.
11. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 25$ метров, а зазор между соседними рельсами равен 12 мм. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t) = l_0 (1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре зазор между рельсами исчезнет? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)
12. Диаметр основания конуса равен 14, а длина образующей — 25. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



13. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,3 км от места отправления. Один идёт со скоростью 4 км/ч, а другой — со скоростью 4,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение:

$$15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot (0,2)^{-\sin x}.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

16. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно 5.

а) Постройте прямую пересечения плоскости $BB_1 D_1 D$ с плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1 .

б) Найдите косинус угла между плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1 , и плоскостью основания призмы.

17. Решите неравенство:

$$\frac{2}{x^2 - 12x + 35} + \frac{3}{x^2 - 17x + 70} \leq 0.$$

18. Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Из вершины A опущены перпендикуляры AF , AH , AP и AQ на прямые DE , BE , CD и BC соответственно.

а) Докажите, что $\angle FAH = \angle PAQ$.

б) Найдите AH , если $AF = a$, $AP = b$ и $AQ = c$.

19. 31 декабря 2014 года Родион взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Родион переводит очередной транш. Если бы он будет платить каждый год по 1 464 100 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 674 100 рублей, то за 2 года. Под какой процент Родион взял деньги в банке?

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{a - (a^2 - 2a - 3)\cos x + 4}{\sin^2 x + a^2 + 1} < 1$$

содержит отрезок $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

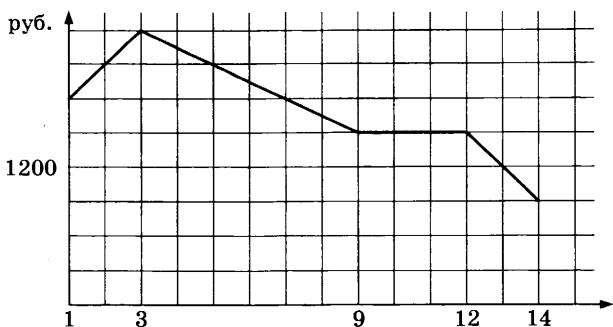
21. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и
- а) пять;
 - б) четыре;
 - в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?

ВАРИАНТ 4

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Футболка стоит 160 рублей. Какое наибольшее число футболок можно купить на 600 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 20%?
2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

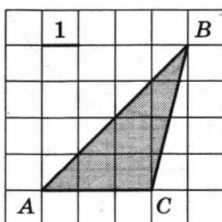


3. В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

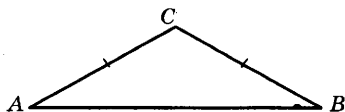
Салон	Цена телефона	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа
Эпсилон	23 400	10	12	2160
Дельта	25 300	5	6	4520
Омикрон	27 800	25	6	3600

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дешевле всего (с учётом переплаты) и в ответ напишите эту наименьшую сумму в рублях.

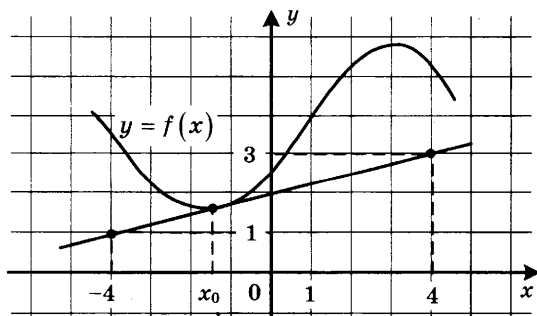
4. Найдите площадь треугольника ABC .



5. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.
6. Решите уравнение $\sqrt{x+9} = 5$.
7. В треугольнике ABC угол A равен 29° , $AC = BC$. Найдите угол C .



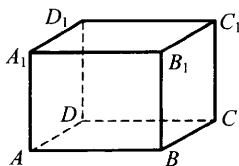
8. На рисунке изображены график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



9. Объём цилиндра равен 12. Чему равен объём конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

Часть 2

10. Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.
11. Зависимость объёма спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 160 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
12. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 27$, $AD = 36$, $AA_1 = 10$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины D , D_1 и B .



13. Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

14. Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{2x} - 8e^x + 9$$

на отрезке $[0; 2]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение:

$$3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

16. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 20$, $AC = 32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1 , причём $BP : PB_1 = 1 : 3$.

- а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку P перпендикулярно AC .
б) Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .

17. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2} + \frac{2}{x - 3} \leq x.$$

18. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина гипотенузы AB , H — точка пересечения прямых CM и DK .
- а) Докажите, что $CM \perp DK$.
- б) Найдите MH , если известно, что катеты треугольника ABC равны 60 и 80.
19. 31 декабря 2014 года Андрей взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Андрей переводит в банк 2 733 750 рублей. Какую сумму взял Андрей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?
20. Найдите все неотрицательные значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{2a + x^2 - 4 \log_{1/3}(4a^2 - 4a + 9)}{5\sqrt{18x^4 + 7x^2} + 2a + 4 + \log_{1/3}^2(4a^2 - 4a + 9)}$$

состоит из одной точки, и найдите это решение.

21. Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2014, а разность равна 13. Каждый член прогрессии заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили также и действовали так до

тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел.

а) Найдите тысячное число получившейся последовательности.

б) Найдите сумму первой тысячи чисел получившейся последовательности.

в) Чему может равняться наибольшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

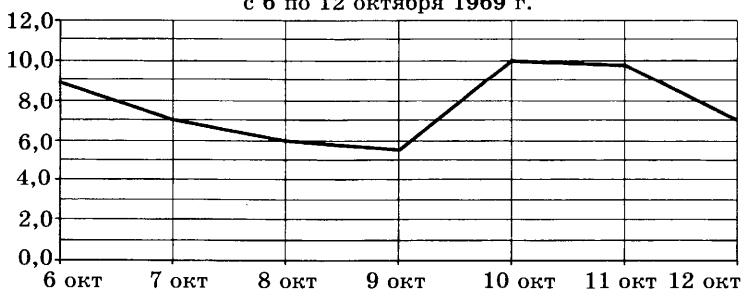
ВАРИАНТ 5

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?
2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове
с 6 по 12 октября 1969 г.



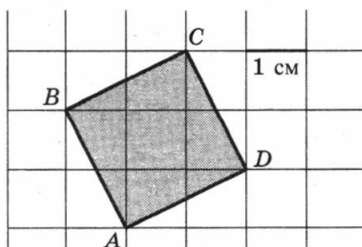
Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от $6,5^{\circ}\text{C}$ до 9°C .

3. В таблице указаны цены (в рублях) на некоторые продукты питания в трёх городах России (по данным на май 2014 года).

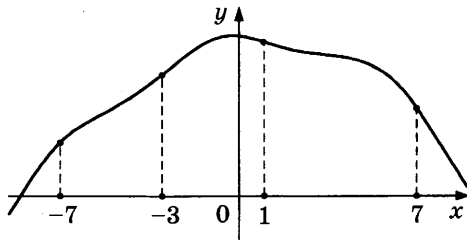
Наименование продукта	Мурманск	Рязань	Тамбов
Говядина (1 кг)	288	260	202
Подсолнечное масло (1 л)	76	62	54
Молоко (1 л)	63	55	53
Сыр (1 кг)	284	257	245
Рис (1 кг)	56	37	40
Картофель (1 кг)	40	34	28

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 2 л молока, 1 кг сыра, 3 кг картофеля. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

4. Найдите площадь квадрата $ABCD$. Размер каждой клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



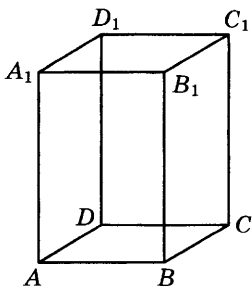
5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
6. Решите уравнение $\sqrt{x+4} = 7$.
7. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 11$, $DC = 33$, $AC = 28$.
8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7 , -3 , 1 , 7 . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



9. Объём данного правильного тетраэдра равен 64 см^3 . Найдите объём правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

Часть 2

10. Найдите значение выражения $\log_3 13 - \log_3 117$.
11. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин) — время, прошедшее от начального момента, T (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 200$ мг. Период его полураспада $T = 4$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?
12. Диагональ правильной четырёхугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 30° . Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.



13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^5 + 20x^3 - 65x$$

на отрезке $[-4; 0]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение $6^{x^2-4x} + 6^{x^2-4x-1} = 42$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 4]$.
16. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 6, точка M — середина ребра BC , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении $1:2$, считая от вершины пирамиды.
а) Постройте прямую пересечения плоскости MCF с плоскостью, проходящей через точку M перпендикулярно прямой BC .
б) Найдите угол между плоскостью MCF и плоскостью ABC .
17. Решите неравенство:

$$\log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0.$$

18. Окружность, построенная на стороне AD параллелограмма $ABCD$ как на диаметре, проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма.

а) Докажите, что $ABCD$ — ромб.

б) Эта окружность пересекает сторону AB в точке M , причём $AM : MB = 1 : 2$. Найдите диагональ AC , если известно, что $AD = 2\sqrt{3}$.

19. 31 декабря 2014 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3 696 300 рублей. Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

20. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{2 + (4 - 4k) \cos t}{4 \cos t - \sin t} = 1$ не имеет решений на интервале $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$.

21. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n , при которых уравнение

$$(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$$

имеет натуральные решения.

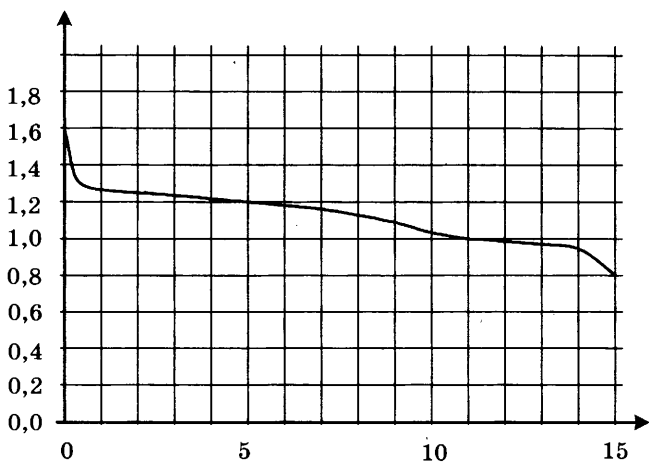
ВАРИАНТ 6

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 18 рублей. Если на счету осталось меньше 18 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 500 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?
2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается

время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.

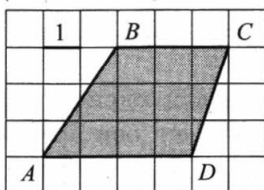


3. В таблице указаны цены (в рублях) на некоторые продукты питания в трёх городах России (по данным на май 2014 года).

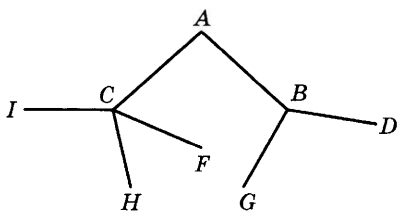
Наименование продукта	Хабаровск	Белгород	Сыктывкар
Говядина (1 кг)	339	235	293
Подсолнечное масло (1 л)	77	58	69
Молоко (1 л)	83	47	71
Сыр (1 кг)	486	301	344
Рис (1 кг)	59	41	56
Картофель (1 кг)	51	31	40

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 1 кг сыра, 2 кг риса, 4 кг картофеля. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

4. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



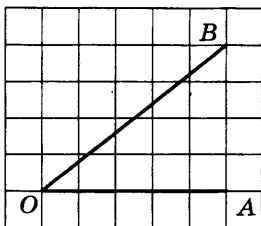
5. Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку G .



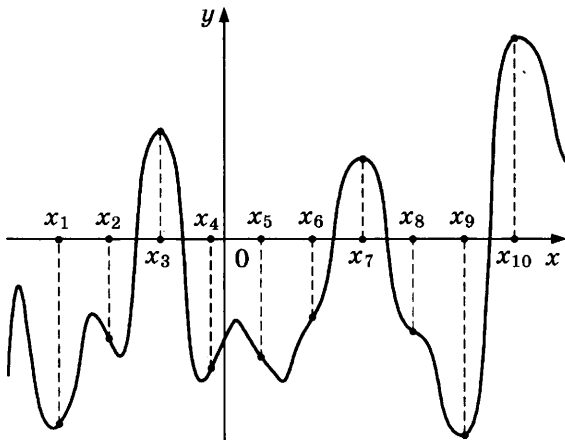
6. Найдите корень уравнения:

$$\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2.$$

7. Найдите тангенс угла AOB , изображённого на клетчатой бумаге.



8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?



9. Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

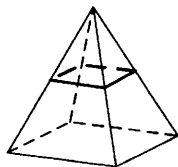
Часть 2

10. Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.

11. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$.

При каком значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет 80%, если температура холодильника $T_2 = 200$ К?

12. В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



13. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 13x - 13\operatorname{tg} x - 18$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение:

$$5 \cdot 4^{x^2+4x} + 20 \cdot 10^{x^2+4x-1} - 7 \cdot 25^{x^2+4x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3; 1]$.

16. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 7\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 8$.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра BC и перпендикулярной ему.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1 .

17. Решите неравенство $x + \frac{20}{x+6} \geq 6$.

18. На сторонах AC и BC треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина стороны AB .

а) Докажите, что $CM = \frac{1}{2}DK$.

б) Найдите расстояния от точки M до центров квадратов, если $AC = 14$, $BC = 16$ и $\angle ACB = 150^\circ$.

19. Фёдор хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными

суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Фёдор взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

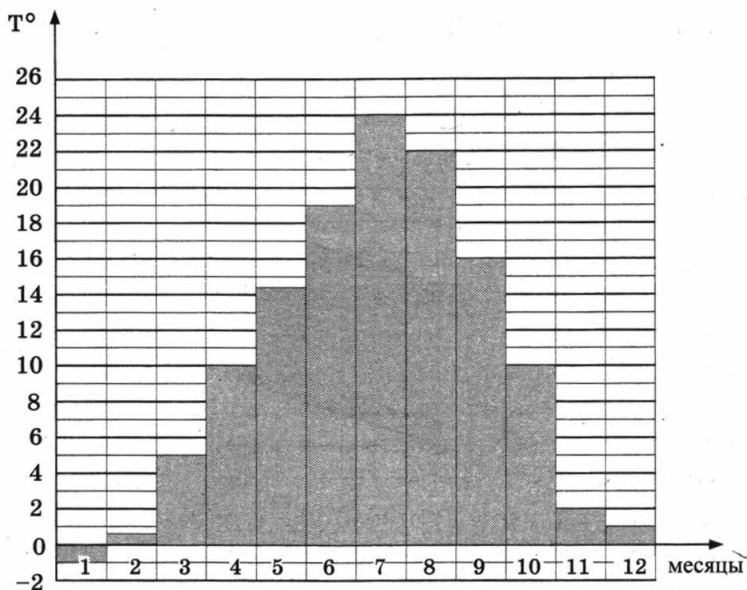
20. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{6k - (2 - 3k)\cos t}{\sin t - \cos t} = 2$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
21. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

ВАРИАНТ 7

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 470 рублей после понижения цены на 25%?
2. На диаграмме показана средняя температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность средних температур самого тёплого и самого холодного месяца в 1988 году в Симферополе. Ответ дайте в градусах Цельсия.

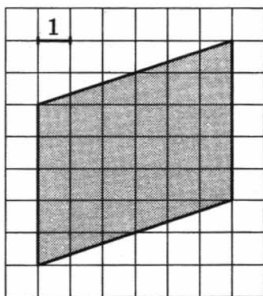


3. В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести дублёрку ценой 9400 руб., футболку ценой 850 руб. и перчатки ценой 950 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего?

1. Б. купит все три товара сразу.
2. Б. купит сначала дублёрку и футболку, а потом перчатки со скидкой.
3. Б. купит сначала дублёрку и перчатки, а потом футболку со скидкой.

В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

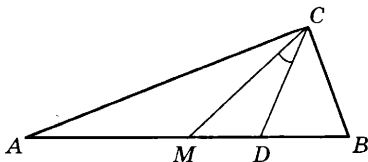
4. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



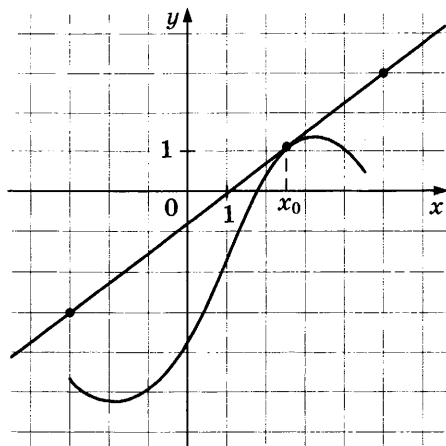
5. В группе туристов 8 человек, в том числе турист А. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Какова вероятность того, что туристу А. выпадет по жребию пойти в село?

6. Найдите корень уравнения: $\sqrt{5 + 2x} = 3$.

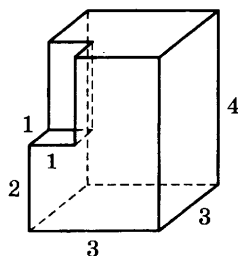
7. Острые углы прямоугольного треугольника равны 87° и 3° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

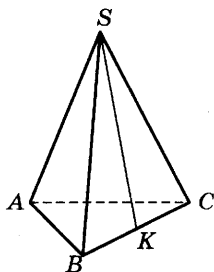


9. Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

10. Найдите значение выражения $2 \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 105^\circ$.
11. К источнику с ЭДС $\varepsilon = 65$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 60 В? Ответ выразите в омах.
12. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка K — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $SK = 10$, а площадь боковой поверхности равна 60. Найдите длину отрезка AB .



13. Из точки A в точку B одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 14 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 105 км/ч, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого ав-

томобилиста, если известно, что она больше 50 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

14. Найдите наименьшее значение функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 19$$

на отрезке $[1; 3]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение:

$$2 \cdot 9^{x^2-4x+1} + 42 \cdot 6^{x^2-4x} - 15 \cdot 4^{x^2-4x+1} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 3]$.

16. Ребро SA пирамиды $SABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC .

а) Постройте прямую пересечения плоскости, проходящей через середины ребер AB , AC и SA , и плоскости, проходящей через середину ребра BC и перпендикулярной ему.

б) Найдите расстояние от вершины A до этой плоскости, если $SA = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

17. Решите неравенство:

$$4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \leq 0.$$

18. Точки B_1 и C_1 лежат на сторонах соответственно AC и AB треугольника ABC , причём $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$. Прямые BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O .

а) Докажите, что прямая AO делит пополам сторону BC .

б) Найдите отношение площади четырёхугольника AB_1OC_1 к площади треугольника ABC , если известно, что $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 3$.

19. Савелий хочет взять в кредит 1,4 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Савелий взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

20. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{2 - (4 - 4k) \sin t}{\cos t - 4 \sin t} = 1$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[-3\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

21. Квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трёхчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трёхчлена.

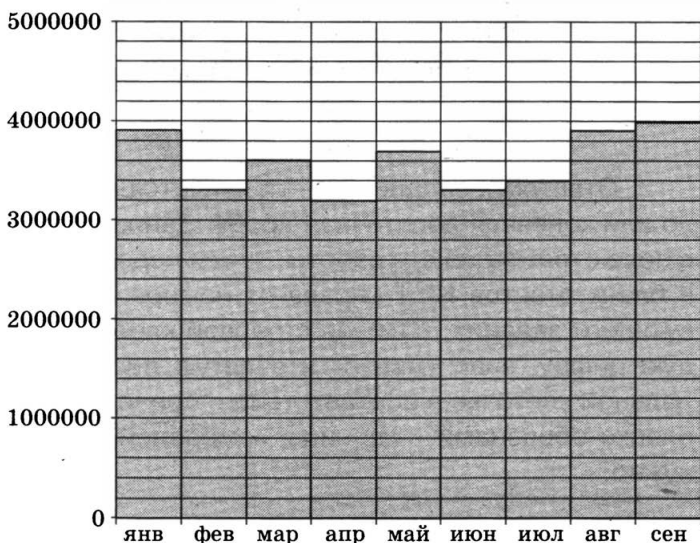
ВАРИАНТ 8

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

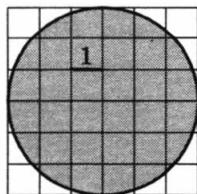
1. В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?
2. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее ме-

сячное число запросов со словом КИНО в указанный период.



3. Семья из трёх человек планирует поехать из Москвы в Чебоксары. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 940 рублей. Автомобиль расходует 9 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 29 рублям за литр. Сколько рублей придётся заплатить за наиболее дешёвую поездку на троих?

4. Найдите площадь S круга.
В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



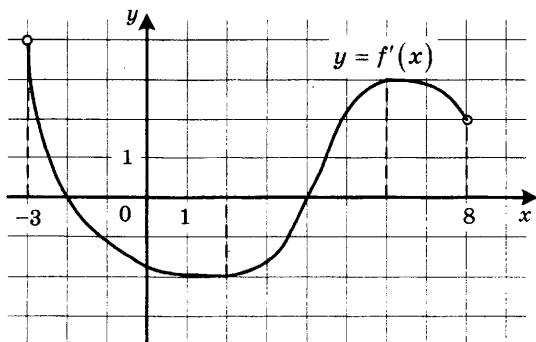
5. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зелёные». Найдите вероятность того, что ровно в двух матчах из трёх право первой владеть мячом получит команда «Белые».

6. Найдите корень уравнения

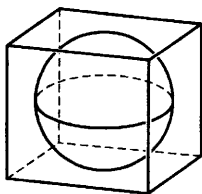
$$\frac{1}{4x+9} = \frac{1}{6x+12}.$$

7. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 21° , угол CAD равен 30° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.

8. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.

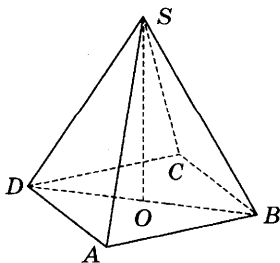


9. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объём.



Часть 2

10. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{29}}{29}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
11. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)
12. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $CS = 17$, $BD = 16$. Найдите длину отрезка SO .



13. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^3 + 8x^2 + 16x + 23$$

на отрезке $[-13; -3]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение:

$$7 \sin^2 x + 8 \cos x - 8 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

16. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$.

Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1 .

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку P перпендикулярно AC .

б) Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .

17. Решите неравенство:

$$\log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left(x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right).$$

18. Сторона CD прямоугольника $ABCD$ касается некоторой окружности в точке M . Продолжение стороны AD пересекает окружность в точках P и Q , причём точка P лежит между точками D и Q . Прямая BC касается окружности, а точка Q лежит на прямой BM .

а) Докажите, что $\angle DMP = \angle CBM$.

б) Известно, что $CM = 17$ и $CD = 25$. Найдите сторону AD .

19. 31 декабря 2014 года Иван взял в банке 8 540 000 рублей в кредит под 13,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 13,5%), затем Иван переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Иван выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_5 (x^2) - a - |\log_5 x + 2a| = (\log_5 x)^2$$

имеет ровно четыре решения.

21. В турнире по шахматам принимают участие мальчики и девочки. За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков. По правилам турнира каждый участник играет с каждым другим дважды.

а) Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если в турнире принимают участие три мальчика и две девочки?

б) Какова сумма набранных всеми участниками очков, если всего участников десять?

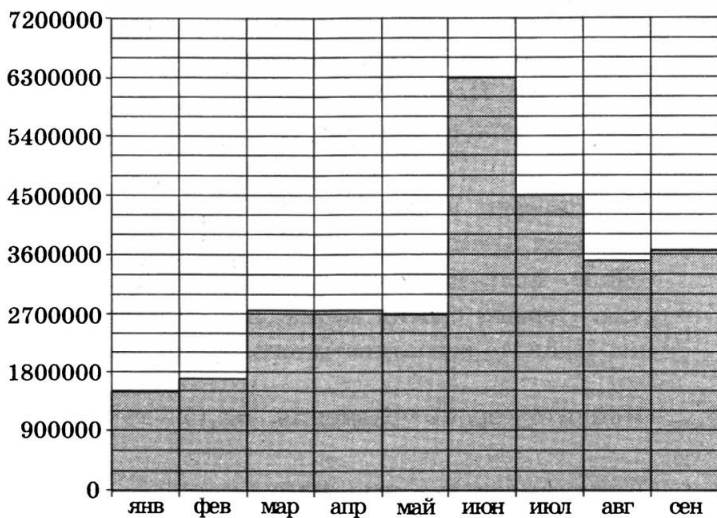
в) Сколько девочек могло принимать участие в турнире, если известно, что их в 7 раз меньше, чем мальчиков, и что мальчики набрали в сумме ровно в три раза больше очков, чем девочки?

ВАРИАНТ 9

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Летом килограмм черешни стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 800 г черешни. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?
2. На диаграмме показано число запросов со словом **ФУТБОЛ**, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда число запросов со словом **ФУТБОЛ** было меньше 3 600 000.



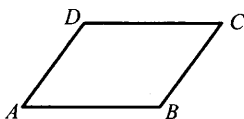
3. Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей автомобилей.

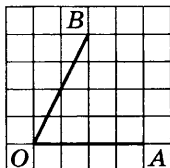
Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	2	5	5	3	2
Б	4	1	1	5	2
В	2	1	3	1	2

4. Периметр параллелограмма равен 30. Большая сторона равна 10. Найдите меньшую сторону параллелограмма.

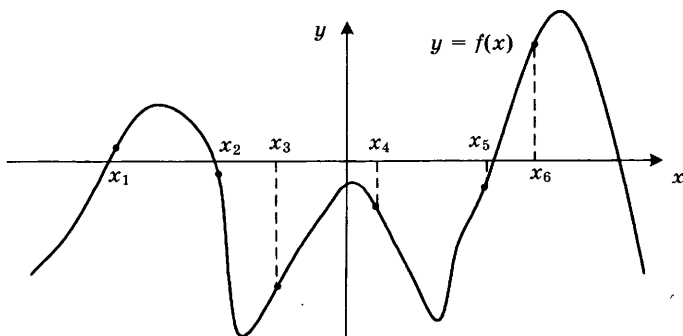


5. Двое играют в кости — они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.
6. Найдите корень уравнения $\log_4(5 - x) = 2$.

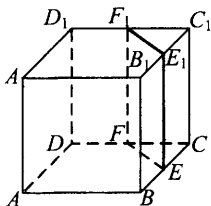
7. Найдите тангенс угла AOB , изображённого на клетчатой бумаге.



8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

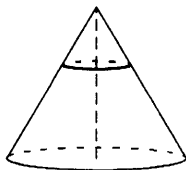


9. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 42. Найдите объём куба.



Часть 2

10. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 61^\circ}{\sin 299^\circ}$.
11. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полёта будет не меньше 3,2 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 16$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
12. Площадь основания конуса равна 63. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 1 и 2, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



13. Города A , B и C соединены прямолинейным шоссе, причём город B расположен между городами A и C . Из города A в сторону города C выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города B в сторону города C выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 28 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами A и B равно 112 км?

14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = (21 - x)e^{20-x}$$

на отрезке $[19; 21]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение $5 \cos^2 x - 12 \cos x + 4 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.
16. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Точка K — середина ребра $C_1 D_1$.

- а) Постройте прямую пересечения плоскости AA_1K с плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK .
- б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью ABC .
17. Решите неравенство $\sqrt{x+4,2} + \frac{1}{\sqrt{x+4,2}} \geq \frac{5}{2}$.
18. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.
- а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.
- б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 4 и 1.
19. 31 декабря 2014 года Евгений взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Евгений переводит очередной транш. Евгений выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 540 тыс. рублей, во второй 649,6 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Евгению?
20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
- $$\left| 2^{1-x} - a \right| - \left| \frac{1}{2^x} + 2a \right| = 4^{-x}$$
- имеет единственное решение.
21. Решите в целых числах уравнение $3^n + 8 = x^2$.

ВАРИАНТ 10

Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

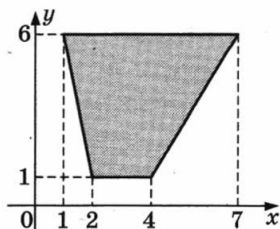
1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 220 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 16 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?
2. На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



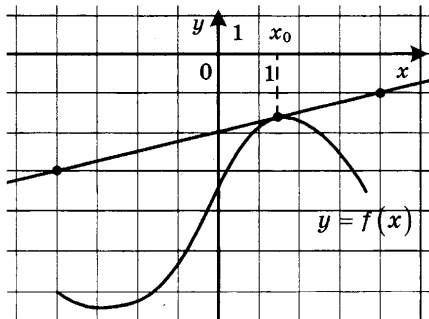
3. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешёвый вариант перевозки (в рублях)?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

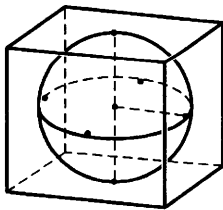
4. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами $(1; 6)$, $(7; 6)$, $(4; 1)$, $(2; 1)$.



5. В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.
6. Найдите корень уравнения $x^2 - 15 = (x - 15)^2$.
7. Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 7, а расстояние от точки B до прямой l равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .
8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



9. Шар, объём которого равен 14π , вписан в куб. Найдите объём куба.



Часть 2

10. Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.
11. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя T_1 КПД двигателя будет 15%, если температура холодильника $T_2 = 340^\circ \text{ К}$? Ответ выразите в градусах Кельвина.
12. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.
13. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?
14. Найдите наименьшее значение функции
- $$y = 2 \cos x - 11x + 7$$
- на отрезке $[-\pi; 0]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. а) Решите уравнение $6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.
16. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 7$, $AB = 16$, $AD = 6$. Точка K — середина ребра $C_1 D_1$.
а) Постройте прямую пересечения плоскости $AA_1 K$ с плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK .
б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью ABC .
17. Решите неравенство:
- $$x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \leq 2.$$
18. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKS$. Точка M — середина гипотенузы AB , H — точка пересечения прямых CM и DK .
а) Докажите, что $CM \perp DK$.
б) Найдите MH , если известно, что катеты треугольника ABC равны 130 и 312.
19. 31 декабря 2014 года Игорь взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года

банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Игорь переводит очередной транш. Игорь выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 580 тыс. рублей, во второй 621,5 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Игорю?

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|10 \cdot 0,2^{1-x} - a| - |5^x + 2a| = 0,04^{-x}$$

имеет ровно два неотрицательных решения.

21. Найдите все такие целые a и b , что корни уравнения

$$x^2 + (2a + 9)x + 3b + 5 = 0$$

являются различными целыми числами, а коэффициенты $2a + 9$ и $3b + 5$ — простыми числами.

ОТВЕТЫ

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7
8	1	12860	21	0,5	-8	58

8	9	10	11	12	13	14
0,25	18	-6	6000	5	56	51

15	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{9\pi}{8}$; $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{11\pi}{8}$
16	192
17	$(-\infty; 6)$; $(11; +\infty)$
18	$\frac{43}{2}$
19	2 622 050
20	$4 \leq a \leq 7$.
21	а) 2, 3; б) нет; в) 8

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7
6	1400	28 060	69	0,5	5	6

8	9	10	11	12	13	14
4	350	2	1	12	16	8

15	а) $\pi k; \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{17\pi}{6}; 3\pi; \frac{19\pi}{6}$
16	$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$
17	$(3 + \log_9 7; +\infty)$
18	15
19	6
20	$0; \frac{49}{16}$
21	11

Вариант 3

1	2	3	4	5	6	7
26	4	0,84	5	0,04	2	6

8	9	10	11	12	13	14
0,75	8	-8	40	168	4	-5

15	a) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{4}; -\frac{7\pi}{4}$
16	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
17	(5; 7), (7; 10)
18	$\frac{ac}{b}$
19	10
20	$a < \frac{3 - \sqrt{57}}{4}; a > \frac{3 + \sqrt{57}}{4}$
21	а) нет, б) нет, в) да

Вариант 4

1	2	3	4	5	6	7
4	4500	28 260	6	0,58	16	122

8	9	10	11	12	13	14
0,25	4	2	14	450	140	-7

15	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, (-1)^{m+1} \arcsin \frac{2}{3} + \pi m, n, m \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{3\pi}{2}, 2\pi - \arcsin \frac{2}{3}, \pi + \arcsin \frac{2}{3}$
16	0,5
17	$(-\infty; 1], (2; 3)$
18	98
19	6 510 000
20	$x = 0$ при $a = 0$ или $a = 1$
21	а) 7; б) 5002; в) 5054

Вариант 5

1	2	3	4	5	6	7
7	3	435	5	0,17	45	21

8	9	10	11	12	13	14
7	8	-2	12	6	53	44

15	а) $2 \pm \sqrt{6}$; б) $2 - \sqrt{6}$
16	$\operatorname{arctg} \frac{4\sqrt{2}}{3}$
17	$(2; 3]$
18	$4\sqrt{2}$
19	6 330 000
20	$k = 1 - \frac{\sqrt{17}}{2}$ или $k > \frac{-\sqrt{3}}{4}$
21	2011, 3015

Вариант 6

1	2	3	4	5	6	7
27	0,8	507	10,5	0,25	-20、	0,8

8	9	10	11	12	13	14
3	4	12	1000	16	40	-18

15	a) $-2 \pm \sqrt{5}$; б) $-2 + \sqrt{5}$
16	б) $\frac{21}{16}$
17	$(-6; -4], [4; +\infty)$
18	13
19	5
20	$0 \leq k < \frac{4\sqrt{2} - 2}{21}$ или $\frac{4\sqrt{2} - 2}{21} < k \leq \frac{1}{3}$
21	24

Вариант 7

1	2	3	4	5	6	7
15	25	11 105	30	0,25	2	42

8	9	10	11	12	13	14
0,75	34	-2	6	4	84	15

15	a) $2 \pm \sqrt{2}$; б) $2 - \sqrt{2}$
16	2
17	$[-2; 2]$
18	1:10
19	6
20	$0,5 \leq k < 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$ или $k > 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$
21	$x_1 = 12, x_2 = 13$

Вариант 8

1	2	3	4	5	6	7
8	4 000 000	1827	9	0,375	-1,5	99

8	9	10	11	12	13	14
-2	512	0,4	11	15	63	23

15	а) $2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{7} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z};$ б) $0, \pm \arccos \frac{1}{7}$
16	2
17	$(-\infty; 0), \left[2; \frac{7-\sqrt{5}}{2}\right), [5; +\infty)$
18	68
19	5 152 900
20	$-\frac{1}{12} < a < 0$ или $0 < a < \frac{1}{12}$
21	а) 14; б) 90; в) 1

Вариант 9

1	2	3	4	5	6	7
356	6	0,68	5	0,5	-11	2

8	9	10	11	12	13	14
2	336	-5	90	7	4	1

15	а) $\pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $-2\pi - \arccos \frac{2}{5},$ $-2\pi + \arccos \frac{2}{5}$
16	2
17	$(-4, 2; -3, 95], [-0, 2; +\infty)$
18	1,92
19	12
20	$a = -\frac{9}{4}, a = 0, a = \frac{1}{12}$
21	$n = 0, x = 3; n = 0, x = -3$

Вариант 10

1	2	3	4	5	6	7
2420	4500	387 000	20	0,98	8	3

8	9	10	11	12	13	14
0,25	84	535	400	84	120	9

15	а) $2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z};$ б) $-2\pi - \arccos \frac{1}{6}, -2\pi + \arccos \frac{1}{6}$
16	б) $\frac{10}{7}$
17	$(-\infty; -2]; 0; [1; 5]$
18	289
19	13
20	$-\frac{9}{4} < a \leq -2$
21	$a = -3, b = -1$

Единый государственный экзамен

Бланк
ответов № 2



Регистр	Код предмета	Название предмета	Номер задания
---------	--------------	-------------------	---------------

Перенесите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборливо, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета

При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Вариант 1

15. а) Решите уравнение:

$$4 \sin^4 2x + 3 \cos 4x - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Воспользуемся формулой $\sin^2 y = \frac{1 - \cos 2y}{2}$.

Из неё следует, что

$$\sin^4 2x = \frac{1}{4} (\cos^2 4x - 2 \cos 4x + 1).$$

Поэтому уравнение можно преобразовать так:

$$\cos^2 4x - 2 \cos 4x + 1 + 3 \cos 4x - 1 = 0;$$

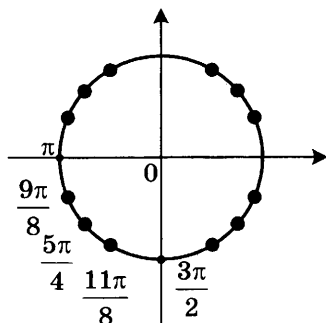
$$\cos^2 4x + \cos 4x = 0;$$

$$\cos 4x = -1 \quad \text{или} \quad \cos 4x = 0.$$

$$4x = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \text{или} \quad 4x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, принадлежащие заданному отрезку.



Получим: $x = \frac{9\pi}{8}$; $x = \frac{5\pi}{4}$; $x = \frac{11\pi}{8}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$;

б) $\frac{9\pi}{8}$; $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{11\pi}{8}$.

16. Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 64.

а) Постройте прямую пересечения плоскости SAC и плоскости, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания.

б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды, если площадь сечения пирамиды плоскостью SAC равна 64.

Решение.

Сторона основания пирамиды равна 8. Тогда диагональ основания AC равна $8\sqrt{2}$.

а) Пусть SH — высота пирамиды. Тогда H — середина основания пирамиды. Значит, SH — искомая прямая.

б) Площадь сечения, проходящего через S и диагональ AC , равна $\frac{1}{2} AC \cdot SH = 64$, откуда

$$SH = \frac{2 \cdot 64}{8\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}.$$

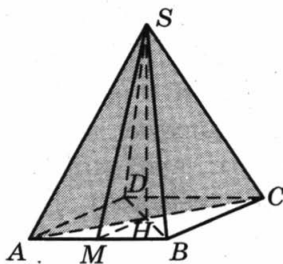
Пусть SM — высота грани SAB . Тогда

$$SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \sqrt{128 + 16} = 12.$$

Следовательно,

$$S_{SAB} = \frac{SM \cdot AB}{2} = 12 \cdot 4 = 48.$$

Поэтому площадь боковой поверхности равна $48 \cdot 4 = 192$.



Ответ: 192.

17. Решите неравенство $\frac{2 - (x - 6)^{-1}}{5(x - 6)^{-1} - 1} \leq -0,2$.

Решение.

Сделаем замену $y = \frac{1}{x - 6}$. Получим

$$\frac{2 - y}{5y - 1} \leq -0,2; \quad \frac{1,8}{5y - 1} \leq 0; \quad y < \frac{1}{5}.$$

Следовательно, $\frac{1}{x - 6} < \frac{1}{5}$; $\frac{11 - x}{x - 6} < 0$; $x < 6$ или $x > 11$.

Ответ: $(-\infty; 6)$; $(11; +\infty)$.

18. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Точки A_2 , B_2 и C_2 — середины отрезков MA , MB и MC соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 4$, $BC = 7$ и $AC = 8$.

Решение.

а) Площадь треугольника A_1MB_2 в два раза меньше площади треугольника A_1MB , поскольку $MB = 2MB_2$, а высота, проведённая из вершины A_1 , у этих треугольников общая:

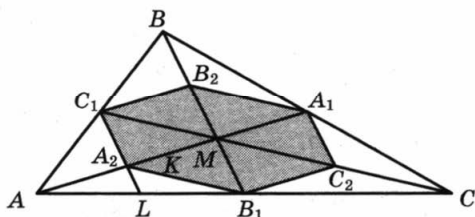
$$S_{A_1MB} = 2S_{A_1MB_2}.$$

Аналогично получаем еще 5 равенств:

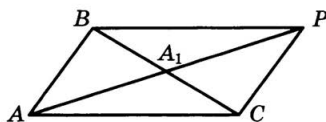
$$S_{A_1MC} = 2S_{A_1MC_2}, \quad S_{B_1MC} = 2S_{B_1MC_2}, \quad S_{B_1MA} = 2S_{B_1MA_2}, \\ S_{C_1MA} = 2S_{C_1MA_2} \text{ и } S_{C_1MB} = 2S_{C_1MB_2}.$$

Складывая эти равенства почленно, получаем

$$S_{ABC} = 2S_{A_1C_2B_1A_2C_1B_2}.$$



б) Обозначим длины сторон BC , AC , AB треугольника ABC через a , b , c .



Докажем, что квадрат медианы AA_1 равен $\frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$.

Для доказательства на продолжении отрезка AA_1 за точку A_1 отложим отрезок $A_1P = AA_1$. Получим параллелограмм $ACPB$ со сторонами $AC = PB = b$ и $AB = CP = c$ и диагоналями $BC = a$ и $AP = 2AA_1$. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон:

$$2b^2 + 2c^2 = a^2 + 4AA_1^2, \text{ откуда}$$

$$AA_1^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2).$$

Аналогично доказывается, что

$$BB_1^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2), \text{ а } CC_1^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2).$$

Отрезок C_1A_2 — средняя линия треугольника ABM , значит,

$$C_1A_2 = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}BB_1 = \frac{1}{3}BB_1.$$

Рассуждая аналогично, мы получим, что стороны шестиугольника втрое меньше медиан треугольника ABC :

$$B_2C_1 = B_1C_2 = \frac{1}{3}AA_1, \quad A_2B_1 = A_1B_2 = \frac{1}{3}CC_1.$$

Следовательно, сумма квадратов сторон шестиугольника равна

$$\begin{aligned} & 2 \cdot (B_1C_2^2 + A_1C_2^2 + A_1B_2^2) = \\ & = \frac{2}{9}(AA_1^2 + BB_1^2 + CC_1^2) = \\ & = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{4} \cdot (2b^2 + 2c^2 - a^2 + 2a^2 + 2c^2 - b^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2) = \\ & = \frac{1}{18} \cdot 3 \cdot (a^2 + b^2 + c^2) = \\ & = \frac{1}{6} \cdot (a^2 + b^2 + c^2). \end{aligned}$$

Подставляя в эту формулу длины сторон треугольника ABC , получаем ответ: сумма квадратов сторон шестиугольника равна $\frac{43}{2}$.

Ответ: $\frac{43}{2}$.

19. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Решение.

Пусть сумма кредита равна S , а годовые составляют $a\%$. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $b = 1 + 0,01a$. После первой выплаты сумма долга составит $S_1 = Sb - X$. После второй выплаты сумма долга составит

$$S_2 = S_1 b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - (1 + b)X.$$

По условию двумя выплатами Дмитрий должен погасить кредит полностью, поэтому

$$Sb^2 - (1 + b)X = 0,$$

откуда $X = \frac{Sb^2}{b + 1}$.

При $S = 4\,290\,000$ и $a = 14,5$, получаем:
 $b = 1,145$ и

$$X = \frac{4\,290\,000 \cdot 1,311025}{2,145} = 2\,622\,050 \text{ (рублей).}$$

Ответ: 2 622 050.

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$$

имеет хотя бы один корень на отрезке $[5; 23]$.

Решение.

Разность выражений, стоящих под знаками модуля, совпадает с правой частью уравнения:

$$(x - a^2 + 4a - 2) - (x - a^2 + 2a + 3) = 2a - 5.$$

Сделаем замену:

$$m = x - a^2 + 4a - 2, \quad n = x - a^2 + 2a + 3.$$

Тогда уравнение примет вид:

$$|m| + |n| = m - n.$$

Это равносильно условию $n \leq 0 \leq m$. Получаем:

$$x - a^2 + 2a + 3 \leq 0 \leq x - a^2 + 4a - 2;$$

$$a^2 - 4a + 2 \leq x \leq a^2 - 2a - 3.$$

Уравнение имеет хотя бы один корень на отрезке $[5; 23]$, только если правая граница отрезка решений не меньше 5, а левая не больше 23. Получаем

$$\begin{cases} a^2 - 4a + 2 \leq a^2 - 2a - 3, \\ a^2 - 2a - 3 \geq 5, \\ a^2 - 4a + 2 \leq 23; \end{cases} \quad \begin{cases} 2a \geq 5, \\ a^2 - 2a - 8 \geq 0, \\ a^2 - 4a - 21 \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 2, 5, \\ (a - 4)(a + 2) \geq 0, \\ (a - 7)(a + 3) \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq 2, 5, \\ \begin{cases} -3 \leq a \leq -2, \\ 4 \leq a \leq 7. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $4 \leq a \leq 7$.

21. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Решение.

а) Например, 2, 3. Разность квадрата суммы и суммы квадратов этих чисел равна $25 - 13 = 12$. Если добавить число 4, то разность будет равна $81 - 29 = 52$, что ровно на 40 больше, чем было.

б) Обозначим члены прогрессии a_1, a_2, \dots, a_n . Тогда разность, вычисленная математиком в первый раз, равна

$$\begin{aligned} & (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 - a_1^2 - a_2^2 - \dots - a_n^2 = \\ & = 2a_n(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}) + \\ & + 2a_{n-1}(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-2}) + \\ & + \dots + \\ & + 2a_3(a_1 + a_2) + \\ & + 2a_2a_1. \end{aligned}$$

Когда к прогрессии добавили член a_{n+1} , то вычисленная во второй раз разность отличается от первой дополнительным слагаемым

$$\begin{aligned}2a_{n+1}(a_1 + a_2 + \dots + a_n) &= 2(a_1 + nd) \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n = \\ &= (a_1 + nd)(2a_1 + (n-1)d)n,\end{aligned}$$

где d — разность прогрессии.

Из условия следует, что $a_1 \geq 0$ и $d \geq 1$, поэтому

$$(a_1 + nd)(2a_1 + (n-1)d)n \geq n^2(n-1).$$

Получаем неравенство

$$n^2(n-1) \leq 1768,$$

откуда $n \leq 12$. Значит, 13 членов в начальной прогрессии быть не может.

в) Из равенства $(a_1 + nd)(2a_1 + (n-1)d)n = 1768$ следует, что n является делителем числа $1768 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 17$. Наибольший делитель, меньший 13, равен 8. При $n = 8$ получаем

$$(a_1 + 8d)(2a_1 + 7d) = 221.$$

Если $d \geq 2$, то левая часть не меньше, чем $56d^2 \geq 56 \cdot 4 = 224 > 221$.

Следовательно, $d = 1$. Получаем уравнение

$$2a_1^2 + 23a_1 - 165 = 0,$$

которое имеет единственный натуральный корень 5.

Значит, прогрессия из восьми чисел 5, 6, 7, ..., 12 удовлетворяет условию задачи.

Ответ: а) 2, 3; б) нет; в) 8.

Бланк ответов № 1



Заполнить таблицу или клеточную ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Э Ю Я а б в г д е ж з и й к л м н о п р с т у ф х ц ч ш щ э ю я
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Рубрик: код предмета: Название предмета: Шифр варианта: 0

ВНИМАНИЕ: Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета

Результаты выполнения заданий с ответом в краткой форме

Grid for answers 1-40. Each row contains 20 numbered cells for digits 0-9.

Grid for answers 41-50. Each row contains 20 numbered cells for digits 0-9.

Grid for answers 41-50. Each row contains 20 numbered cells for digits 0-9.

Единый государственный экзамен

Бланк
ответов № 2



Регион

Код
предмета

Название предмета

Номер варианта

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета

При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

Справочное издание

**Высоцкий И. Р., Захаров П. И., Панферов В. С.,
Посицельский С. Е., Семенов А. В., Семенова М. А.,
Сергеев И. Н., Смирнов В. А., Шестаков С. А.,
Шноль Д. Э., Ященко И. В.**

ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16582 от 08.04.2014 г.

Главный редактор *Л. Д. Ланто*
Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректор *Л. К. Корнилова*
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*
Компьютерная верстка *Е. Ю. Лысова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).